4.2 异方差性

胡华平

## 1 教学目标

* 能够正确写出异方差性的数学表达式；
* 能够区分异方差性的不同图形模式；
* 能够列举引起异方差性的主要原因；
* 能够正确说出异方差性下OLS参数估计量公式的含义；
* 能够正确写出异方差性下OLS估计量的方差和协方差公式；
* 能够区分BLUE性质和LUE性质的差异；
* 能够列举异方差问题的理论后果和实际后果；
* 能够读懂主回归方程报告，正确得出诊断结论；
* 能够读懂残差模式图，正确得出诊断结论；
* 能够正确理解Park（帕克）检验法、Glejser（格莱泽）检验法、BPG（布罗施-帕甘-戈弗雷）检验法的原理和过程，正确得出诊断结论；
* 能够区分White（怀特）方法的双重检验功效；
* 能够综合应用多种诊断方法，对实际案例进行全面诊断；
* 能够根据异方差问题的诊断结论，快速给出有效的模型矫正方案；
* 能够综合应用各种矫正方法，有效减弱实际案例中的异方差问题；

## 2 课时安排

* 课时1（40分钟）：异方差问题的内涵与性质
* 课时2（40分钟）：异方差性的问题与后果
* 课时3（40分钟）：异方差问题的诊断
* 课时4（40分钟）：异方差问题的矫正

## 3 教学内容

1. 异方差的内涵与性质：异方差性的基本概念、定义和数学表达式，然后重点区分异方差的不同类型，并梳理诱发异方差性的主要来源，最后概括异方差性的特征。
2. 异方差的问题与后果：异方差情形下的估计问题，比较普通最小二乘法与广义最小二乘法估计的差异，然后梳理异方差问题的理论后果和实际后果。
3. 异方差问题的诊断：讲述多种诊断方法，分别是主回归方程报告观察法、残差模式图观察法、Park（帕克）检验法、Glejser（格莱泽）检验法、BPG（布罗施-帕甘-戈弗雷）检验法、GQ（戈德菲尔德-匡特）检验法、White（怀特）检验法。
4. 异方差问题的矫正：介绍两类异方差问题的矫正方法，分别是采用加权最小二乘法（WLS）处理异方差问题和使用怀特（White）校正法处理异方差问题。

## 4 教学步骤

### 4.1 课时1：异方差的内涵与性质

#### 4.1.1 课堂引入

回顾经典：经典线性回归模型假设CLRM、方差协方差矩阵。回顾经典假设CLRM，突出强调同方差假设；总结经典假设的作用和重要性。

导入新课 ：经典CLRM假设中，同方差性要求很容易就能达到么？利用设问法，挑战旧知识中的同方差性假设，引出异方差性话题。

#### 4.1.2 讲授内容

1. 异方差的概念和内涵：同方差和异方差的定义、数学表达； 异方差的图形模式；同方差和异方差的关系；
2. 异方差的来源：误差学习模型；异常值（Outliers）；模型设定不严谨；数据采集技术改进；分布偏态（Skewness）；

#### 4.1.3 案例分析

1. 文献案例：引用戴维·韩德瑞 (David Hendry)等相关文献资料的观点，扩展对异方差来源的认识。
2. 市场案例：利用股票价格与消费价格的关系的案例来形象说明数据出现异常值引发的异方差。
3. 生活案例：利用电脑打字出错的案例来形象说明误差学习模型下的异方差根源。
4. 类比案例：引用列夫.托尔斯泰《安娜·卡列尼娜》名言：幸福的家庭都是相似的，不幸的家庭却各有各的不幸。强调异方差性的多种多样。

#### 4.1.4 课程讨论

1. 同方差只有一种情形，而异方差是千奇百怪的，请尽可能多地列举一些“不太怪异”的异方差的形态？
2. 异方差性有哪些重要特征？异方差性的呈现“千差万别”；同方差性很少见，而异方差性普遍存在。

### 4.2 课时2：异方差的问题与后果

#### 4.2.1 课堂引入

复习回顾：经典CLRM假设和OLS估计量的BLUE性质。用“从样本推断总体”的故事线快速串讲OLS估计的步骤流程；互动地回顾在经典CLRM假设下OLS方法“完美”的BLUE估计性质，突出同方差性在其中的地位和作用。

导入新课：异方差性问题会破坏OLS估计方法的“完美性”吗？利用反差极大的提问，质疑经典CLRM假设的脆弱性和理想化，一下子把异方差性问题对OLS估计方法“完美性”的极大威胁暴露出来，引出“异方差性”究竟会产生多大破坏力的话题。

#### 4.2.2 讲授内容

1. 估计类型1：OLS方法和同方差假设下OLS估计量的方差。
2. 估计类型2：OLS方法和异方差存在时OLS估计量的方差。
3. 广义最小二乘法（GLS）：加权最小二乘法（WLS）、目的、条件、权重、理论过程、应用情景。
4. 估计类型3：GLS方法和异方差性下GLS估计量的方差。
5. 三种估计类型的比较：三类估计结果比较、OLS与GLS的关系。
6. 异方差性的后果：最优线性无偏估计(BLUE)、线性无偏估计(LUE)。

#### 4.2.3 案例分析

1. 公路案例：修建高速公路中，如何填沟、架桥、开挖隧洞，以保证高速道路平直？加权最小二乘法（WLS）的过程就如同修建高速公路，把“艰险怪异”的异方差，修整为“平直一致”的同方差。
2. 类比案例：三种态度，估计情形1——“把头埋进沙堆的鸵鸟”；估计情形2——“将错就错地走下去”；估计情形3——“直面困难找出路”。
3. 仿真案例：展示20000次计算机蒙特卡罗模拟下的实验结果并进行比较。

#### 4.2.4 课程讨论

提问：GLS很容易实现么？要实现GLS需要什么条件？

讨论：异方差性的出现破坏力OLS估计的BLUE性质；为了得到BLUE性质，GLS估计方法成为一条可行途径。

### 4.3 课时3：异方差问题的诊断

#### 4.3.1 课堂引入

复习回顾：异方差的定义和本质、异方差模式图。简要回顾上一节课的知识点。

导入新课：异方差模式有那么多，怎样才能知道模型存在异方差问题？指出异方差问题诊断的复杂性。

#### 4.3.2 讲授内容

1. 观察残差表现模式：残差行为的识别原理、$e\_{i}^{2}$序列的描点图(dot plot)、$e\_{i}^{2}$序列与$Y\_{i}$序列的散点图(scatter plot)、$e\_{i}^{2}$序列与$X\_{i}$序列的散点图(scatter plot)、判断准则。
2. Park（帕克）检验法：原理、步骤、判断准则。
3. Glejser（格莱泽）检验法：原理、步骤、判断准则。
4. BPG（布罗施-帕甘-戈弗雷）检验法：原理、步骤、判断准则。
5. GQ（戈德菲尔德-匡特）检验法：原理、步骤、判断准则。
6. White（怀特）检验法：原理、步骤、判断准则、双重功效。

#### 4.3.3 案例分析

1. 图形案例：图形展示对比不同残差模式图，归纳总结各自特征。
2. 实验案例：实验分析中给出EViews软件分析结果，展现残差模式图在理论与实践应用中的差异性。明确给出判断准则。

#### 4.3.4 课程讨论

提问：异方差问题是“有或无”的问题，还是“严重或不严重”的问题？以上检验方法能判明“严重”程度么？

讨论：只要发现任何一种形式的异方差模式，就可以认定为模型存在异方差问题。各种诊断方法之间不是替代关系。

### 4.4 课时4：异方差问题的矫正

#### 4.4.1 课堂引入

复习回顾：简要回顾异方差问题的各种诊断方法，强调“找出病症”才是“实施手术”的重要前提。

导入新课：如果诊断发现了异方差“症状”，该怎么办？通过类比提问：如果是一名医生，怎样根据“诊断结果”提出有效“救治方案”？引发学生思考，导出本节课内容。

#### 4.4.2 讲授内容

1. 加权最小二乘法(WLS)：$σ\_{i}^{2}$已知时的理论证明和实例操作。
2. 加权最小二乘法(WLS)：$σ\_{i}^{2}$未知时的理论证明，四种异方差情形的处理，包括(情形1)$σ\_{i}^{2}$正比于$X\_{i}^{2}$；(情形2)$σ\_{i}^{2}$正比于$X\_{i}$；(情形3)$σ\_{i}^{2}$正比于$Y\_{i}^{2}$；(情形4)对数模型变化。
3. 怀特（White）异方差稳健标准误校正法：异方差稳健标准误

#### 4.4.3 案例分析

1. 产业案例：对14个产业群的R&D支出、销售额和利润案例，进行EViews软件分析结果解读。
2. 仿真案例：通过仿真实验分析结果，对比总结各种矫正方法的区别与联系。

#### 4.4.4 课程讨论

提问：有没有一种“全能型”方法，能够对任何异方差模式都可以进行矫正？

讨论：GLS矫正方法的核心是判别异方差模式和确定权重。谨防对异方差性反应过度。

## 5 评估方式

形成性评估：讨论、案例分析、小组合作等

总结性评估：课堂测试、小组互评等等

## 6 课程总结

采用课堂问答的形式提高学生的课程反馈和掌握程度。

1. 课时1（异方差性的内涵与性质）主要涉及基本概念、定义和表达式，是本章内容学习的起点和基础。本单元学习需要熟练掌握已学“一元线性回归模型”和“多元线性回归模型”的全部内容后的扩展，它们与本单元的有效衔接极为关键。
2. 课时2（异方差性的问题与后果）是在“线性回归模型OLS估计方法”和“OLS估计的BLUE性质”基础上的扩展，与这些已学知识的有效衔接极为关键。OLS估计的BLUE性质涉及到复杂而严谨的数学推导，涉及到异方差问题后会进一步增大学习难度。
3. 课时3（异方差性问题的诊断）中所有诊断方法都紧密围绕随机干扰项$u\_{t}$(不能直接观测)的“替身”$e\_{t}$（可以直接观测）展开。主回归方程报告观察法、残差模式图观察法，相对比较直观，是对已学知识的综合应用。其他诊断方法都属于成熟的定量化诊断方法，EViews实验上机操作中也要求熟练掌握。
4. 课时4（异方差性问题的矫正）中加权最小二乘法处理异方差问题，分为多种具体情形，需要基于异方差模式的具体诊断结论，与上一单元内容衔接密切。使用怀特（White）校正法处理异方差问题，主要依赖计算机软件程序来控制，背后运作原理和流程相对复杂。

## 7 教学资源

### 7.1 网络资源

* 在线课程：《计量经济学》在线开放课程(胡华平主讲，全球公开访问) <https://www.huhuaping.com/course/course-em/>
* 多媒体教学资源：西北农林科技大学在线网络教学平台《计量经济学》(需要学校权限访问) <http://eol.nwsuaf.edu.cn/meol/jpk/course/layout/newpage/index.jsp?courseId=35257>

### 7.2 图书文献

* 李子奈, 潘文卿. 计量经济学[M]. 第5版. 北京: 高等教育出版社, 2020.
* 古扎拉蒂. 计量经济学基础[M]. 第5版.北京:中国人民大学出版社, 2011.
* 伍德里奇. 计量经济学导论: 现代观点[M].第6版. 北京: 中国人民大学出版社, 2018.

### 7.3 公开课平台

* 爱课程网：http://www.icourses.cn/home/
* 北京大学MOOCs课程：http://mooc.pku.edu.cn
* 新浪公开课：http://open.sina.com.cn/
* 网易公开课：http://open.163.com/
* 西北农林科技大学尔雅通识课程网址：http://nwsuaf.fanya.chaoxing.com/portal
* 西北农林科技大学网络教学综合平台http://eol.nwsuaf.edu.cn/eol/homepage/common/